

نظرية اعداد جديدة قادت الى برهان حدسية جولدباخ القوية.

A new number theory led to the proof of Goldbach's powerful conjecture.

الباحث / نعمان عبده محمد احمد ( الشرعبي )

WhatsAppNo.00967780567249.man@gmail.com

## ملخص البحث

الاعداد الأولية تمثل تحدياً مثيراً للذهن , يستفز المخيلة و يحفز البحث عن قوانينها وخصائصها الغامضة. فهي اعداد بسيطة في فهمها , معقدة في طريقة ترتيبها , أجريت حولها العديد من الدراسات من زاوية معينة , أسهمت بشكل كبير في إثراء المعرفة لفهم نمط من توزيعها. وفي هذا البحث تم دراسة الاعداد الصحيحة من منظور جديد لا يعتمد بشكل كبير على دراسات سابقة, وإنما هدف إلى ملء الفجوة في المعرفة و إضافة قيمة جديدة الى هذا المجال من العلم , عن طريق وضع نظرية جديدة , تساعد في إيجاد خوارزمية بسيطة وسريعة , توضح الفرق بين الاعداد الأولية والغير أولية , تجعل من الممكن عن طريقها التوصل لدالة معدة لمعرفة عدد الاعداد الأولية الأقل من عدد طبيعي (ن). انتهجت التحليل لعينة من الاعداد , ودقة الملاحظة في التحليل, والتفكير العميق باستخدام معلومات سابقة, والعمل الجاد والمتواصل استمر لـ 8 أشهر ادي الى ابتكار اثبات رياضي منطقي لها , كشفت فعلا جزء أساسي من اوجه التشابه والاختلاف بين الاعداد الأولية والغير أولية في صور التعبير عنها وصياغتها لفهم نمط معين في طريقة توزيعها, ووضحت خوارزمية بسيطة وسريعة في الكشف عن الاعداد الأولية والغير أولية , خصوصاً اذا كان قاسميه عددين كبيرين متقاربين كالتوأمين الكبيرين , ستوفر الوقت والجهد على الكمبيوترات المخصصة بكشف الاعداد الغير أولية, كما تم التوصل من خلالها الى خاصية (مبرهنة ) جديدة ستسهم في إثراء المعرفة حول نظرية الاعداد بشكل عام , ايضا تم التوصل من خلال هذه النظرية الى برهان حدسية ( غولد باخ القوية ) ومنها الى إيجاد برهان حدسية غولد باخ الضعيفة التي برهنها

( البروفسي هارالد هيلفغوت عام 2013م). وسيسهم هذا البحث في توضيح قدر كبير من الغموض حول الاعداد الأولية لتفسير كثير من الحدسيات التي وضعت حولها , وختاماً نتطلع لان يكون هذا البحث حافزاً كبيراً لكثير من المهتمين والشغوفين بدراسة الاعداد الأولية لكشف المزيد و المزيد من الغموض لتفسير أقوى الفرضيات التي وضعت حول الاعداد الأولية

## Research Summary

Prime numbers present an exciting challenge to mind, provokes imagination and stimulates research about its laws and mysterious properties. They are simple numbers in understanding them,



complex in a way arranged. Many studies have been conducted on them from a different perspective. It contributed significantly to enriching knowledge and understanding the pattern of its distribution. In this research, integers were studied from a new perspective that does not rely heavily on studies precedent, rather, it aims to fill the gap in knowledge and add a new value to this field of Science. That is by developing a new theory and helping to find a simple algorithm and fast. It is also to explain the difference between prime and non-prime numbers. It makes it possible to arrive at a function designed to find out the number of prime numbers less than a natural number  $(n)$ . I followed the analysis of a sample of numbers, and the accuracy of observation in the analysis, and deep thinking using previous information, and the hard and continuous work that continued for 8 months led to the creation of a logical mathematical proof for it. It actually revealed an essential part of the similarities and differences between prime and non-prime numbers in their forms of expression and formulation to understand the specific pattern in the way it is distributed. A simple and fast algorithm is explained in revealing prime and non-prime numbers, especially if the divisors of two large numbers are close together, such as large twins. That will save time and effort on dedicated computers to detecting non-prime numbers. A new feature (theorem) has also been achieved through it that will contribute to enriching knowledge about number theory in general. It has also been achieved through this theory, which will lead to proof of the strong Gold-Bach conjecture, and then to proof of the weak Gold-Bach conjecture that was demonstrated by (Peruvian Harald Helfgott in 2013). This research will contribute in clarification a great deal of ambiguity about prime numbers to explain many of the conjectures that have been developed about them. Finally, we look forward for this search to be a great incentive for many people who are interested and passionate about studying prime numbers to discover more and more of ambiguity to explain the strongest hypotheses made about primary numbers.

### أولا الإطار العام للبحث

## 1-1 مقدمة البحث

تعد الاعداد الأولية واحدة من اكثر المفاهيم روعة وتعقيداً في عالم الرياضيات . انها كالجواهر الثمينة في عالم الأرقام , تتميز بتميزها الفريد والنادر, حيث تكون فقط قابلة للقسمة على نفسها وعلى الواحد دون ان يكون لها عوامل أخرى ,هي اعداد غريبة تستعصي على الفهم , اعداد ذات شخصية قوية لا تقبل ان تقسم الى أجزاء , ظهورها للعيان غير متوقع ,تتحدى كل من سولت له نفسه ان يروضها , قضى كبار العلماء نحبيهم دون ادراك نظام ترتيبها . فهي السهل الممتنع , بسيطة في فهمها معقدة في تنظيمها ,هي اعداد شامخة تستحق منا الاحترام وكأن الله اوجدها ليتحدى بها الانسان قال تعالى (( وما اوتيتم من العلم الا قليلاً )) صدق الله العظيم . اجريت حولها الكثير من الدراسات , أسهمت بشكل كبير في اثراء المعرفة لفهم طريقة توزيعها , والتي اشارت في مجملها الى تعقيد هذا العلم واهميته في مجال الرياضيات , واوصت بانه لايزال بحاجة الى العديد من الدراسة , البحث , والاهتمام .

### 1- 1: Research Introduction.

Prime numbers are one of the most fascinating and complex concepts in the mathematics world. They are like precious jewels in umbers world. They are distinguished by their unique and rare distinction, as they are only divisible by themselves and by one without having any other factors. They are strange numbers that are difficult to be understood, numbers with a strong character that do not accept being divided into parts. Their appearance is unexpected; they challenge everyone to whom they ask themselves. To tame it, the great scholars spent their lives without realizing the system of its arrangement. They are easy and impossible, simple in understanding, complex in organization. They are lofty numbers that deserve our respect, as if God created them to challenge man with them. The Almighty said ((And you have not been given of knowledge except a little)) God Almighty has spoken the truth. Many studies were conducted on it, which contributed greatly to enriching knowledge in understanding the method of its distribution, which in its entirety indicated the complexity of this science and its importance in the field of mathematics, and recommended that it still needs a lot of study, research and attention.



## 2-1 : مشكلة البحث

تكمّن مشكلة البحث في التوصل الى نظرية اعداد قد تساعد في كشف المزيد من الغموض حول توزيع الاعداد الأولية لفهم هذا المجال المهم و المعقد . فالغوص في مجال الاعداد الأولية يثير كثير من التساؤلات . أهمها : لماذا هذه الاعداد معقدة في طريقة ترتيبها ؟ و ما الذي يجعلها تظهر بشكل غير متوقع ؟ و هل بإمكاننا إيجاد نظرية جديدة قد تساعد في طريقة ترتيبها ؟ وما أوجه التشابه و الاختلاف بينها وبين الاعداد الغير أولية ؟ أسئلة كثيرة تثير الفضول لأي شخص موهوس في حب المعرفة للتعلم في هذا المجال هي دوافع الشغف من اجراء هذا البحث .

### 1-2 Research Problem.

The problem of the research lies in arriving at a number theory that may help reveal more ambiguity about the distribution of prime numbers in order to understand this important and complex field. Diving into the field of prime numbers raises many questions. The most important of which is: Why are these numbers complicated in the way they are arranged? What makes them appear unexpectedly? Can we find a new theory that might help in arranging them? What are the similarities and differences between them and non-prime numbers? Many questions arouse curiosity for anyone obsessed with the love of knowledge to delve deeper into this field. These are the motivations behind the passion for conducting this research.

## 3-1 : أهمية البحث

- الاعداد الأولية اعداد وضعت حولها الكثير من الحدسيات والفرضيات, نتيجة التعقيد في نمط ترتيبها, وصعوبة الكشف عنها, لذا وبناء على ما سبق فإن لهذا البحث أهمية تتمثل بالاتي :
- 1- سيسهم في تفسير كثير من الحدسيات و الفرضيات التي وضعت حول الاعداد الأولية .
  - 2- سيوفر خوارزميات متنوعة و بسيطة موفره للوقت لعمل برامج الكشف عن الاعداد الأولية وغير الأولية.
  - 3- نتطلع بأن يسهم بطريقة او باخرى يمكن من خلالها معرفة عدد الاعداد الأولية الأقل من عدد طبيعي معين (ن).
  - 4- نامل ان يكون هذا البحث حافزاً كبيراً لكثير من المهتمين والشغوفين بدراسة الاعداد الأولية لكشف المزيد والمزيد من الغموض لتفسير اقوى الفرضيات التي وضعت حول الاعداد الأولية .

### 1-3 Research Significance .

Prime numbers are numbers around which many conjectures and hypotheses have been developed, as a result of the complexity in their arrangement pattern, and the difficulty of detecting them. Therefore, based on the above, this research has an importance represented in the following:

- 1- It will contribute to explaining many of the conjectures and hypotheses developed about prime numbers.
- 2- It will provide various, simple, time-saving algorithms for creating programs to detect prime and non-prime numbers.
- 3- We look forward to contributing in one way or another through which we know the number of prime numbers less than a certain natural number (n).
- 4- We hope that this research will be a great incentive for many who are interested and passionate about studying prime numbers to reveal more and more ambiguities to explain the strongest hypotheses that have been developed about prime numbers.

#### 4-1 : أهداف البحث

- هدف البحث الحالي الي ما يلي
- 1- ايجاد نظرية اعداد جديده تساعد في حل او ( برهان ) كثير من الحدسيات والفرضيات التي وضعت حول الاعداد الأولية .
  - 2- توضيح اوجه التشابه و الاختلاف في صيغة كتابة كلاً من الاعداد الأولية والغير أولية لفهم نمط توزيعهما .
  - 3- إيجاد ( طريقة ) او خوارزمية بسيطة و سريعة موفرة للوقت على الكمبيوترات لعمل برامج الكشف عن الاعداد الأولية و الغير أولية .
  - 4- استنتاج دالة  $\pi(x)$  المعدة لمعرفة عدد الاعداد الأولية الأقل من عدد طبيعي معين (ن) .
  - 5- التوصل الى البرهان الرائع والبسيط لمبرهنة او (فرضية ) فيرما الأخيرة الذي اشار اليه فيرما بنفسه , والمختلف عن البرهان المتقدم الذي قدمه العالم ويلز .

#### 1-4: Research Objectives.

The aim of the current research is as follows:



- 1- Finding a new number theory that helps solve or (prove) many of the conjectures and hypotheses that were developed about prime numbers.
- 2- Explaining the similarities and differences in the writing format of both prime and non-prime numbers to understand the pattern of their distribution.
- 3- Finding a simple and quick, time-saving (method) or algorithm on computers to create programs to detect prime and non-prime numbers.
- 4- Inferring a function  $\pi(x)$  is used to find out the number of prime numbers less than a certain natural number (n).
- 5- Arriving at the wonderful and simple proof of Fermat's Last Theorem or (Hypothesis), which Fermat himself referred to, and which is different from the previous proof presented by the scientist Wells.

## 5-1 : منهج البحث

من خلال تحليل عينة من الاعداد والملاحظة والتفكير العميق والاستفادة من معرفتي السابقة ومن خلال عمل جاد ومتواصل استمر لـ 8 اشهر , تمكنت من تطوير اثبات رياضي مبني على أساس منطقي لعرض نتائج هذا البحث , وذلك لما لهذا الأساس الرياضي من قدرة على حل المشكلات بطرق منطقية ودقيقة , خصوصاً في مجال الرياضيات , بالتالي يعزز المصادقية و الثقة بالرضاء و القبول بنتائجه دون ادني شك.

## 1-5 :Research Methodology.

Through analyzing a sample of numbers, observation, deep thinking, and benefiting from my previous knowledge, and through serious and continuous work that lasted for 8 months, I was able to develop a mathematical proof based on a logical basis to present the results of this research. Since this mathematical basis has the ability to solve problems in logical and accurate ways, especially in the field of mathematics. Thus, that will enhance credibility and confidence through satisfaction and acceptance of its results without the slightest doubt.

## ثانياً الإطار النظري للبحث ( T F R )

## 1-2 : مصطلحات البحث

- 1- الأعداد الأولية : هي تلك الأعداد التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها وعلى الواحد الصحيح فقط. وجمعها اعداد فردية عدا العدد 2 فقط فهو زوجي .
- 2- نقصد بعددين متتاليين : عددين طبيعيين أو صحيحين أو نسبيين الفرق بينهما يساوي  $(1+)$ .  
مثل  $(9 - 8 = 1)$  أو  $(-6 - (-7) = 1)$  أو  $(9.5 - 8.5 = 1)$  وهكذا .
- 3- المتتالية الأولى: هي المتتالية التي حدها العام  $< 3 + 1 = S1 >$  ,  $m \in \mathbb{N}$  , جميع عناصرها لا تقبل القسمة على 3 , تولد جزء من الأعداد الأولية , وهي كالتالي :  $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, \dots\}$ .
- 4- المتتالية الثانية: هي المتتالية التي حدها العام  $< 3 + 2 = S2 >$  ,  $m \in \mathbb{N}$  , جميع عناصرها لا تقبل القسمة على 3 , تولد الجزء الآخر من الأعداد الأولية , وهي كالتالي :  $\{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, \dots\}$ .
- 5- المتتالية الثالثة: هي المتتالية التي حدها العام  $< 3 + 3 = S3 >$  ,  $m \in \mathbb{N}$  , جميع عناصرها تقبل القسمة على 3 , تولد عدد اولي وحيد هو 3 , وهي كالتالي :  $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, \dots\}$ .
- 6- حدسية جولد باغ ( القوية) تنص على ان : كل عدد زوجي 2ن اكبر او يساوي 4 هو عبارة عن مجموع عددين اوليين , حدسها عالم الرياضيات جولدباخ وأرسلها الي عالم الرياضيات الشهير اويلر فاعجب بها الأخير واتفقا على نشرها كحدسية عام 1742م .
- 7- حدسية جولد باغ( الضعيفة) تنص على ان : كل عدد فردي  $(2ن + 1)$  اكبر او يساوي 7 عبارة عن مجموع ثلاثة اعداد أولية .
- 8- التوأمان : هما عددين اوليين الفرق بينهما يساوي 2مثل  $(101, 103)$  و  $(5, 7)$  ...

## 2-1 : research Terms.

- 1- Prime numbers: They are those numbers that are divisible only by themselves and by one integer only. Their plural is odd numbers, except for the number 2 only, which is even.
- 2- We mean by two consecutive numbers: two natural, integer, or rational numbers whose difference is equal to  $(+1)$ .
- 3- The first sequence: It is the sequence whose general term is  $< 1 + 3m = S1 >$  ,  $m$  being a natural number . All of its elements are not divisible by 3 , generate a fraction of prime numbers, and they are as follows:  $\{1,4,7,10,13,16,19,22,25,28,\dots\}$



- 4- The second sequence: It is the sequence whose general term is  $< 2 + 3m > = S2$  , m being a natural number . All of its elements are not divisible by 3, they generate the other part of the prime numbers, and they are as follows :  
{2,5,8,11,14,17,20,23,26,29,32,...}
- 5- The third sequence: It is the sequence whose general term is  $< 3 + 3m > = S3$  , m being a natural number . All of its elements are divisible by 3, generating a single prime number 3, and they are as follows : {3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,...}
- 6- The (strong) Goldbach conjecture states that: Every even number  $\{2n\}$  greater than or equal to 4 is the sum of two prime numbers .
- 7- The (weak) Goldbug conjecture states that: Every odd number  $\{2n + 1\}$  greater than or equal to 7 is the sum of three prime numbers , the mathematician Goldbach intuned it and send it to the mathematician Euler, who was finally impressed by it and they agreed to publish it naturally in 1742 AD.
- 8- Twins: They are two prime numbers whose difference is equal to 2, for example: (101,103) , (71,73)...

## 2-2 : مسلمات البحث

- 1- مجموع عددين فرديين يساوي عدد زوجي (  $2n$  ,  $n \in \mathbb{P}$  )
- 2- المتتالية (S1)  $\cup$  المتتالية (S2)  $\cup$  المتتالية (S3) =  $\mathbb{P}$  ( الاعداد الطبيعية ) .
- 3- أي عدد أولي عدا 3 يكتب بالصيغة (  $n + 3m$  ) , n ( لا يقبل القسمة على 3 ) ,  $m \in \mathbb{P}$  ,  $\exists \mathbb{P}$
- 4- إذا كان ( n عدد فردي ) لا يقبل القسمة على 3 فإن n عدد أولي أو يقبل القسمة على عدد أولي آخر مختلف عن الـ 3 .
- 5- إذا كان ( n عدد فردي ) يقبل القسمة على عدد أولي P فإن العددين (  $n \pm P$  ) ,  $m \in \mathbb{P}$  لا يمكن ان يكون احدهما أولي .
- 6- إذا كان ( n عدد فردي ) لا يقبل القسمة على 3 فإن (  $n \pm 3m$  ) ,  $m \in \mathbb{P}$  , لا يقبل القسمة على 3 .
- 7- لكل عدد طبيعي  $n \leq 7$  ينتمي الى المتتالية الأولى { S1 } يوجد على الاقل عدد اولي  $p \geq n$  ينتمي الى نفس المتتالية.
- 8- لأي عدد طبيعي  $n \leq 7$  ينتمي الى المتتالية الأولى { S1 } فإن عدد الاعداد الأولية التي تنتمي الى نفس المتتالية الأقل من او تساوي (  $2n - 7$  ) أكثر من عدد الاعداد الأولية الأقل من n والتي تنتمي الي نفس المتتالية .



- 9- لكل عدد طبيعي  $n \leq 5$  ينتمي الى المتتالية الثانية  $\{S_2\}$  يوجد على الاقل عدد اولي  $p \geq n$  ينتمي الى نفس المتتالية .
- 10- لأي عدد طبيعي  $n \leq 5$  ينتمي الى المتتالية الثانية  $\{S_2\}$  فإن عدد الاعداد الأولية التي تنتمي الى نفس المتتالية الأقل من او تساوي  $(2n - 5)$  أكثر من عدد الاعداد الأولية الأقل من  $n$  و التي تنتمي الى نفس المتتالية .
- 11- اذا كان  $n \in \{S_1 \text{ أو } S_2\}$  فإن  $(2n - 3)$  عدد أولي او غير أولي .
- 12- إذا كان  $(n \text{ عدد فردي})$  يقبل القسمة على 3 فإن  $(n \pm 1 \pm 3 : m \in \mathbb{P})$  , لا يقبل القسمة على 3 , أو أولي .

## 2-2 : Research postulates.

- 1-The sum of two odd numbers equals an even number  $(2N)$ ,  $N$  being a natural number.
- 2- Sequence  $\{S_1\} \cup \text{Sequence}\{S_2\} \cup \text{Sequence}\{S_3\} = \mathbb{N}$  ( Natural numbers ).
- 3- Any prime numbers except 3 is written in the form  $(N + 3m)$  ,  $N$  is not divisible by 3 :  $\{N, m\} \in \mathbb{N}$  (natural numbers.)
- 4- If  $(N \text{ is an odd number})$  that is not divisible by 3, so  $N$  is a prime number or is divisible by another prime number other than 3.
- 5- If  $(N \text{ is an odd number})$  and is divisible by a prime number  $P$ , so the two numbers  $(N \pm pm)$  ,  $m$  ( are natural number), neither of them can be primary.
- 6- If  $(N \text{ is an odd number})$  It is not divisible by 3, then  $(N + 3m)$  and  $m$  are natural numbers, It is not divisible by 3.
- 7-For every natural number  $N \geq 7$  ,  $\{N \in S_1\}$  ,  $N$  belonging to the first sequence  $\{S_1\}$ , there is at least one prime number  $p : p \leq N$  , belongs to the same sequence.
- 8- Any natural number  $N \geq 7$  ,  $\{N \in S_1\}$  ,  $N$  belongs to the first sequence  $\{S_1\}$ , the number of prime numbers that are less than or equal to  $\{2N - 7\}$  is greater than the number of prime numbers that are less than  $N$ , and that belong to the same sequence.
- 9- For every natural number  $N \geq 5$  ,  $\{N \in S_2\}$  ,  $N$  belonging to the first sequence  $\{S_2\}$ , there is at least one prime number  $p : p \leq N$  , belongs to the same sequence.
- 10- Any natural number  $N \geq 5$  ,  $\{N \in S_2\}$  ,  $N$  belongs to the first sequence  $\{S_2\}$ , the number of prime numbers that are less than or



equal to  $\{2N - 5\}$  is greater than the number of prime numbers that are less than  $N$ , and that belong to the same sequence.

11- If  $N \in \{S1 \text{ or } S2\}$ , then  $\{2N - 3\}$  is a prime or non-prime number.

12- If  $(N \text{ is an odd number (divisible by } 3))$ , then  $(N \pm 1 \pm 3m)$ :  $m \in (N \text{ natural numbers})$  is not divisible by 3, or a prime number.

## 3-2 : دراسات البحث

أجريت العديد من الدراسات السابقة حول الاعداد الأولية ، أسهمت بشكل كبير في اثراء المعرفة لكشف بعض من طرق توزيعها، أشارت الى أهمية هذا المجال من العلم ، هدفت في مجملها كشف الغموض حول الاعداد الأولية ، اوصت جميعها بان هذا المجال من العلم لا يزال بحاجة الى المزيد من الدراسة والاهتمام منها:

| م | اسم الباحث (عام الدراسة)<br>" عنوان الدراسة "                    | الأسلوب المتبع<br>في الدراسة               | اهم نتائج الدراسة                                                                   |
|---|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Jones and Smith(2005)<br>" توزيع الاعداد الأولية "               | باستخدام<br>أساليب تحليلية                 | كشفت توزيع الاعداد الأولية في الاعداد الطبيعية الكبيرة ووجدت انه يتبع نمطا معيناً . |
| 2 | Yitang Zhang(2013)<br>" تقييد فجوة الاعداد الأولية "             | تقنية التحليل<br>الرقمي والتحليل<br>المركب | اثبات وجود عدد لا نهائي من الأزواج الاعداد الأولية ذات الفجوة المحددة بقيمة معينة.  |
| 3 | Terence Tao (2016)<br>" الاعداد الأولية وفرضية ريمان "           | التحليل المركب<br>والاحصاء                 | قدمت تقارير جديدة لتوزيع الاعداد الأولية بناء على فرضية ريمان .                     |
| 4 | Maryna (2017)<br>" أنماط وفرضيات للاعداد الأولية "               | التحليل<br>الاحصائي<br>والهندسي            | عملت على تحليل أنماط جديدة في توزيع الاعداد الأولية وطرح فرضيات جديدة حولها.        |
| 5 | Ben Green&Terence Tao(2018)<br>" إعادة زيارة نظرية ريمان - تاو " | تقنيات التحليل<br>المركب والجبرية          | وسعت نظرية ريمان - تاو وتطبيقها على مجموعة اكبر من الاعداد الأولية .                |

|                                                                |                          |                                                                 |   |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------------------------------------------------|---|
| توصلت الى ان توزيع الاعداد الأولية بظهر خصائص مثيرة للاهتمام . | التحليل المستقل والاحصاء | Andrew Granville<br>(2018 )<br>" العشوائية في الاعداد الأولية " | 6 |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------------------------------------------------|---|

## 2-3 : Research Studies.

Many previous studies were conducted on prime numbers, which contributed greatly to enriching knowledge and revealing some of the distributed methods. They indicated the importance of this field of science. They aimed, in their entirety, to uncover the ambiguity on prime numbers. They all recommended that this field of science still needs more study and attention, including:

| N | Name of researcher (year of study)<br>" Study Title "            | The method used in the study                       | The most important results of the study                                                                             |
|---|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Jones and Smith (2005)<br>"Distribution of prime numbers"        | Using analytical methods                           | It revealed the distribution of prime numbers in large natural numbers and found that it follows a certain pattern. |
| 2 | Yitang Zhang (2013)<br>"Restricting the prime numbers gap"       | Numerical analysis and complex analysis technology | Prove the existence of an infinite number of pairs of prime numbers with a gap defined by a given value.            |
| 3 | Terence Tao (2016)<br>"Prime numbers and the Riemann hypothesis" | Complex analysis and statistics                    | New reports on the distribution of prime numbers based on the Riemann hypothesis are presented.                     |
| 4 | Maryna (2017)                                                    | Statistical and                                    | It worked on analyzing new patterns in the distribution                                                             |



|   | Patterns and hypotheses for "primary numbers"                   | engineering analysis                      | of prime numbers and putting forward new hypotheses about them.                      |
|---|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 5 | Ben Green & Terence Tao (2018)<br>"Revisiting Green–Tau Theory" | Complex analysis and algebraic techniques | Green–Tau theorem is extended and applied to a larger set of prime numbers.          |
| 6 | Andrew Granville (2018)<br>"Randomness in prime numbers"        | Independent analysis and statistics       | It was found that the distribution of prime numbers exhibits interesting properties. |

## 4-2 : النتائج والتحليل

توصل البحث الحالي الى النتائج التالية

- 1- كل عدد فردي أولي او غير اولي عبارة عن فرق بين مربعي عددين طبيعيين متلاحقين .
- 2- ( يمكن تعميم النظرية ) كل عدد حقيقي او مركب عبارة عن فرق بين مربعي عددين غير طبيعيين متلاحقين .
- 3- كل عدد غير اولي عبارة عن فرق بين مربعي عددين طبيعيين غير متلاحقين .
- 4- الفرق بين العدد الغير الاول والعدد الاول هو ان العدد الغير اولي يكتب بطريقتين : أ- كفرق بين مربعي عددين طبيعيين متلاحقين. ب- كفرق بين مربعي عددين طبيعيين غير متلاحقين
- والعدد الاول يكتب بطريقة واحدة فقط : كفرق بين مربعي عددين طبيعيين متلاحقين.
- 5- إيجاد خوارزمية بسيطة وسريعة للكشف عن العدد الاول والغير اولي خصوصاً اذا كان قاسميه كبيرين ومتقاربين ستتضح من خلال حل بعض الأمثلة .
- 6- لكل عدد طبيعي  $n \leq 2$  , و  $n$  لا يقبل القسمة على 3 يوجد على الأقل عدد طبيعي  $k$  :  $k$  من مضاعفات العدد 3 ,  $k \in [0, n-3]$  , او  $k = (n-3)$  بحيث يكون  $(n+k)$  اولي و  $(n-k)$  اولي ايضاً .
- 7- لكل عدد طبيعي  $n \leq 3$  ,  $n$  يقبل القسمة على 3 , يوجد على الأقل عدد طبيعي  $k$  :  $k$  من مضاعفات العدد 3 ,  $k \in [0, n-6]$  بحيث يكون  $(n \pm 1 + k)$  اولي و  $(n \mp 1 - k)$  اولي ايضاً .
- 8- كل عدد طبيعي  $n \leq 2$  عبارة عن متوسط حسابي لعددين اوليين .
- 9- كل عدد طبيعي  $n \leq 0$  عبارة عن معدل تغير عددين اوليين .

- 10- كل عدد زوجي  $n \leq 4$  عبارة عن مجموع عددين اوليين.(برهان حدسية غولدباغ القوية).
- 11- كل عدد زوجي  $2n \leq 0$  عبارة عن فرق عددين اوليين .
- 12- كل عدد فردي  $2n + 1$  ,  $2n + 1 \leq 7$  , عبارة عن مجموع ثلاثة اعداد أولية .
- ( برهان حدسية غولدباغ الضعيفة التي برهنها البير وفي هارالد هيلفغوت عام 2013م ) .
- 13- نتائج أخرى لم يتسع المجال هنا لذكرها سنضمونها في البحث النهائي بمشيئة الله .
- سادل على هذه النتائج عن طريق تحليل عينة من الاعداد كما في الاشكال الموضحة من ( 1 - 13 ) والطريقة التحليلية الذين تم ارفاقهما في الورقتين الأولى والثانية نهاية البحث في بند توضيحات وملحقات البحث واستنتاج علاقة رياضية وهذه العلاقة يمكن الوصول اليها أيضا من خلال اثبات رياضي منطقي والاستمرار باستخدام هذا الاثبات الرياضي تم التوصل لكل هذه النتائج . كالتالي:
- نفرض ان  $E$  فردي ونفرض ان  $(S)$  عدد فردي قاسم لـ  $E$  وبالتالي فإن القاسم الفردي الآخر لـ  $E$

$$\text{هو } \left( \frac{E}{S} \right) \therefore E = S \times \left( \frac{E}{S} \right) \dots (1)$$

$$\text{و: مجموع القاسمان} = (S + \frac{E}{S}) = (\text{فردي} + \text{فردي}) = \text{زوجي} = 2n, n \in \mathbb{P}$$

و: مجموع القاسمان ناقص احد القاسمين يساوي القاسم الآخر

$$\therefore \left( 2n - S \right) = \frac{E}{S} \text{ بالتعويض في (1)}$$

$$\therefore E = S \times \left( 2n - S \right) \dots (2) \text{ وهي نفس المعادلة (2) التي تحصلت عليها من الطريقة التحليلية المدرجة نهاية البحث في توضيحات و ملحقات البحث}$$

$$\therefore E = 2nS - S^2 \dots (3) \text{ و بإضافة وطرح } 2n$$

$$\therefore E = 2n - 2nS + 2nS - S^2 \leftarrow E = 2n - 2nS + 2nS - S^2$$

$$\therefore E = 2n - 2n(S - n) \text{ ومن العلاقة (3) } \leftarrow \frac{2nS + E}{2n} \dots (4)$$

$$\text{بوضع } n - S = \pm K \text{ و التعويض في } E \therefore E = 2n - 2K = 2(n - K),$$



$$\text{ومنها ومن قيمة ن أعلاه} \leftarrow \text{ك} = \frac{2\text{س} - \text{ع}}{2 \pm 2} \dots (5)$$

س = (ن - ك) هو القاسم الأصغر لـ ع ، س = (ن + ك) هو القاسم الأكبر لـ ع ،  
ملاحظة الاشارة السالبة في ك عندما يكون س هو القاسم الأكبر لـ ع .  
ملاحظة يمكن حل المعادلة (3) السابقة كمعادلة من الدرجة الثانية س<sup>2</sup> - 2ن س + ع = 0  
لكي يكون لها حل في ط يجب ان يكون  $0 \leq \Delta \leftarrow 2\text{ن} - \text{ع} \leq 0 \leftarrow \sqrt{\text{ع}} \leq \text{ن}$   
،  $2\text{ن} - \text{ع} = 2\text{ك} \leftarrow 0 \leq \text{ك}$   
∴ كل عدد فردي ع (اولي او غير اولي) يكتب كفرق بين مربعي عددين طبيعيين .

$$\text{ع} = 2\text{ن} - 2\text{ك} : \frac{2\text{س} + \text{ع}}{2} \leq \text{ن} \leq \sqrt{\text{ع}} , \frac{2\text{س} - \text{ع}}{2 \pm 2} \leq \text{ك} \leq 0 \dots (6)$$

من العلاقة (6) عندما يكون العدد الفردي ع اولي او غير اولي فإن قواسم ع هما س =

$$1 \text{ و } \text{س} = \text{ع} , \text{ من } (4) , (5) \text{ نجد ان } \frac{1 + \text{ع}}{2} = \text{ن} , \frac{1 - \text{ع}}{2} = \text{ك} .$$

∴ من (6) نجد ان أي عدد فردي (اولي او غير اولي) يكتب بصورة فرق بين مربعي عددين طبيعيين متلاحقين . أي

$$\text{ان } \text{ع} = 2\left(\frac{1 + \text{ع}}{2}\right) - 2\left(\frac{1 - \text{ع}}{2}\right) \dots (7) , \{ \text{النتيجة 1 و تعميمها النتيجة 2} \}$$

$$\text{امثلة } \text{ع} = 7 = 2\left(\frac{1+7}{2}\right) - 2\left(\frac{1-7}{2}\right) = 2(4) - 2(-3) = 16 - 6 = 10$$

$$\text{ع} = 21 = 10^2 - 11^2 = 25 = \text{ع} , \text{ع} = 25 = 12^2 - 13^2$$

و من العلاقة (6) عندما يكون ع عدد فردي غير أولي فإن (اصغر قاسم لـ ع)  $3 \leq$  وبالتعويض عن قيمة س = 3 في ن و ك في العلاقتين (4) ، (5) نجد ان كل عدد فردي غير أولي ع يكتب على شكل فرق بين مربعي عددين طبيعيين غير متلاحقين كالتالي

$$\text{ع} = 2\text{ن} - 2\text{ك} : \left(\frac{9 + \text{ع}}{6}\right) \leq \text{ن} \leq \sqrt{\text{ع}} , \left(\frac{9 - \text{ع}}{6}\right) \leq \text{ك} \leq 0 \dots (8)$$

.... { النتيجة 3 } ، أي ان ع = (ن + ك) (ن - ك) و قواسم ع هما

(ن + ك) و (ن - ك) ، وهذه العلاقة توضح الفرق بين كتابة العدد الغير اولي والعدد الاولي...، (من النتيجة (1)، النتيجة (3) نحصل على النتيجة (4)). ملاحظة عندما يكون ن لا يقبل القسمة على 3 ولا يقبل القسمة على 5 فإن اصغر قاسم ل ن هو س  $7 \leq$  . بوضع  $س = 7$  في العلاقة (6) فإن

$$ع = 2 - 2ك : \left( \frac{94 + ع}{41} \right) \leq ن \leq \left( \frac{94 - ع}{41} \right), \sqrt{ع} \leq ك \leq 0. (9)$$

ملاحظة (ن) يتبع  $\frac{1 + ع}{2}$  من حيث الزوجية والفردية و قابلية القسمة على 3، (ك)

عكس ذلك . العلاقة (9) تستخدم في الكشف عن عدد فردي فيما إذا كان غير أولي ما لم

فهو اولي.

مثال (1) هل العدد (ع = 221) أولي ام لا ؟

الحل العدد 221 لا يقبل القسمة على 5 ولا يقبل القسمة على 3 ،  $ع \neq 7$  .  
∴ إذا كان غير اولي فيمكن كتابته بالصيغة (9) وبالتالي يوجد على الأقل عدد طبيعي

$$ن : \frac{072}{41} \leq ن \leq \sqrt{122} , ن = 221 - 2ك \text{ و } 111 = \frac{1 + ع}{2} \therefore$$

فردى يقبل القسمة على 3 إذا يوجد على الأقل عدد فردي ن يقبل القسمة على 3 .

$$19 \leq ن \leq 15 : \therefore ن = 15 , 221 - 15^2 = 2^2 \text{ مربع كامل}$$

$$\therefore 221 \text{ غير اولي} = 2^2 - 15^2 = (2 + 15)(2 - 15) = 13 \times 17 .$$

مثال (2) بين فيما إذا كان (261 ، 317) اولي ام لا :

الحل أ - العدد 261 مجموع ارقامه 9 يقبل القسمة على 3 فهو غير اولي . ،

ب - العدد 317 لا يقبل القسمة على 5 ولا يقبل القسمة على 3،  $ع \neq 7$  ، نفرض انه غير اولي إذا فيكن كتابته بالصيغة (9)

$$\therefore E \ni ن ط : 18 \leq ن \leq 26 \text{ و } 159 = \frac{1 + 713}{2} \text{ فردي يقبل على 3}$$

$$\therefore E \ni 3 م = ن , م فردي : 26 \leq ن = 3 م \leq 18 : ن = 2 - 317 = 2ك$$

$$\therefore ن = 21 \text{ لكن } 124 = 317 - 441 \text{ ليس مربعاً كاملاً}$$



وهذا تناقض اذا 317 اولي .

مثال(3) هل العدد  $E = 409$  أولي ام لا ؟

الحل  $\because E = 409$  لا يقبل القسمة على 3 ولا على 5 ,  $E \neq 7$  , نفرض ان 409 غير

اولي  $\therefore$  يمكن كتابته على شكل فرق بين مربعي عددين غير متلاحقين كما في العلاقة (9)

$$و \therefore \frac{1 + 904}{2} = 205 \text{ فردي لا يقبل على } 3 \therefore (E \text{ العكس } ) (K = 3 \text{ م زوجي})$$

$$\text{يقبل القسمة على } 3, 0 \leq K \leq \frac{49 - 409}{14} : K = 20 + 409 = 2 \text{ ن أي } E \text{ ك :$$

$$\sqrt{904 + 2K} \ni ط , 0 \leq K \leq 25 \text{ ما لم فهو اولي . و } \therefore \text{ لجميع قيم ك (الزوجية)}$$

$$= 0, 6, 12, 18, 24 \text{ فإن } \sqrt{904 + 2K} \ni ط \text{ و هذا تناقض } \therefore 409 \text{ أولي}$$

مثال(4) بين فيما اذا كان العدد 159919 أولي ام لا :

الحل /  $\because 159919 - 160000 = 81$  مربع كامل ,  $\therefore$  فهو عبارة عن فرق بين مربعي العددين 400 , 9 وهما غير متتاليين ,  $\therefore 159919$  غير اولي ويساوي  $409 \times 391$  بالمثل فإن 391 غير اولي لان الفرق بينه وبين 400 يساوي 9 مربع كامل فهو عبارة عن فرق بين مربعي العددين 20 , 3 وهما غير متتاليين  $\therefore 391$  غير اولي ويساوي  $(23 \times 17)$

$\therefore$  العدد 159919 غير اولي و جميع قواسمه الأولية هي 409 , 23 , 17..{النتيجة 5}  
من العلاقتين (4),(5) عندما  $S = (N - K)$  فإن  $E = (N + K)$  ( ن - ك )



$$\frac{(ن + ك) + (ن - ك)}{2} = \dots (10) \therefore (ن) \text{ هو متوسط الحسابي لقواسم ع . بالمثل}$$

$$\frac{(ن + ك) - (ن - ك)}{2} \dots (11) \text{ وتعني ان } (ك) \text{ هو معدل التغير لقواسم العدد ع}$$

مبرهنة (1-1)  $\forall ن \leq 2, ن \exists ط$  يوجد عدد واحد على الأقل ك  $\in [0, (ن - 3)]$  بحيث يكون أولاً : عندما (ن) لا يقبل القسمة على 3.

$$\left. \begin{array}{l} (ن + ك) \text{ أولى} \text{ و } (ن - ك) \text{ أولى} \\ (2ن - 3) \text{ أولى} \text{ و } (3) \text{ أولى} \end{array} \right\} \text{ فإن :}$$

ثانياً : عندما (ن) يقبل القسمة على 3 .

$$\left. \begin{array}{l} (ن + 1 + ك) \text{ أولى} \text{ و } (ن - 1 - ك) \text{ أولى} \\ (ن + 2 + ك) \text{ أولى} \text{ و } (ن - 2 - ك) \text{ أولى} \end{array} \right\} \text{ فإن :}$$

$$\equiv (ن - 1 + ك) \text{ أولى} \text{ و } (ن + 1 - ك) \text{ أولى}$$

البرهان أولاً نفرض ان  $ن \leq 5$  , عندما  $ن \in$  للمتتالية الثانية  $\{S2\}$  ,  
( نفرض ان  $ن \leq 7$  عندما  $ن \in$  المتتالية الأولى  $\{S1\}$  .

2. زوجي لا يقبل القسمة على 3 لنفرض ان P أولى :  $ن \geq P$   
من العلاقة (2) عندما  $س = p$  هو قاسم لعدد غير اولي ع فإن الصيغة  $(ن - 2 - p)$  هو القاسم الاخر لـ ع )  $\therefore ن \geq p \forall$  ,  $ن \in \{S1 \text{ أو } S2\}$  فإن هذا القاسم يمكن

+

التعبير عنه انظر جدول (19) المدرج نهاية البحث في توضيحات وملحقات البحث كالتالي

$$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} ن , p \in S1 \\ ن , p \in S2 \end{array} \right\} : ن + 3 م \\ \text{أو} \\ 3 - ن = P : 3 = ن , ن \in S1 \text{ أو } S2 \end{array} \right\} \text{ لا يقبل القسمة على 3 بصورة} \left. \begin{array}{l} \text{أو} \\ = (ن - 2 - P) \end{array} \right\}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{ن} - 3 + 1 : \text{ن} \ni \text{S1}, \text{S2} \ni \text{p} \\ \text{و} \\ \text{ن} + 1 + 3 : \text{ن} \ni \text{S2}, \text{S1} \ni \text{p} \end{array} \right\} \text{يقبل على 3 بصورة}$$

∴ المتتاليتين الأخيرتين (ن - 3 + 1) م 3 ≡ 3 + 3  
∴ المتتالية < 3 + 3 م > تقبل القسمة على 3 فهي لا تولد اعداد أولية فتهمل.  
∴ من المسلمتين (7) ، (9) E عدد أولي P ≥ ن ، بحيث يكون

$$\left. \begin{array}{l} \text{ن} + 3 : \text{ن} \ni \text{p}, \text{S1} \ni \text{S2} \text{ أو} \\ \text{و} \\ \text{ن} - 3 : \text{ن} \ni \text{S1}, \text{S2} \ni \text{p} \end{array} \right\} = \text{P} - \text{ن} 2$$

∴ (ن ، p) ∋ نفس المتتالية فإن المتتالية ن + 3 م ، م ∋ ط تولد كل الاعداد الأولية التي تنتمي الي نفس المتتالية ، و : P ≥ ن .

$$\left. \begin{array}{l} \text{ن} - 2 : \text{ن} \ni \text{p}, \text{S1} \ni \text{S2} \\ \text{و} \\ \text{ن} - 5 : \text{ن} \ni \text{p}, \text{S2} \ni \text{S1} \end{array} \right\} \text{من المسلمتين (10,8) E} \leftarrow \text{p2} \geq \text{ن} : \text{p2} \text{ أو} \text{S1} \text{ أو} \text{S2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ن} + 3 : \text{ن} \ni \text{p}, \text{S1} \ni \text{S2} \text{ أو} \\ \text{و} \\ \text{ن} - 3 : \text{ن} \ni \text{S1}, \text{S2} \ni \text{p} \end{array} \right\} \text{E} \leftarrow \text{p2} = (\text{ن} + 3) \text{ أو} \text{p2} = (\text{ن} - 3) \text{ أو} \text{S1} \text{ أو} \text{S2}$$

∴ 2ن = P - ن + 3 م = p2 أولي ← P = 2ن - ن - 3 م = ن - 3 م أولي فرضاً  
وربما ايضاً ( 2ن - P ) = ( 3 - ن ) = p2 أولي ← 3 = p أولي فرضاً .  
لنفرض ان 3 م = ك ∴ 2ن = P - p2 = ن + ك أولي ، P = ن - ك أولي وهو المطلوب اولاً... {النتيجة 6}

ثانياً : نفرض ان ن ≤ 6 ، ن ∋ S3 أي أن ن يقبل القسمة على 3  
∴ 2ن زوجي يقبل القسمة على 3 ، لنفرض ان P عدد اولي ، P ≥ ن ، من العلاقة (2) أو (3) عندما س = p قاسم لعدد غير اولي ع فإن الصيغة ( 2ن - p ) هو قاسم لـ ع ايضاً وهذا القاسم يمكن التعبير عنه انظر جدول (18) المدرج نهاية البحث في توضيحات

وملحقات البحث كالتالي

$$\left. \begin{array}{l} \text{ن} + (3 + 1) : \text{ن} \ni \text{S2}, \text{S3} \ni \text{p} \\ \text{و} \\ \text{ن} + (3 + 2) : \text{ن} \ni \text{S1}, \text{S3} \ni \text{p} \end{array} \right\} \text{لا يقبل القسمة على 3 بصورة} \text{ أو } = \text{P} - \text{ن} 2$$

يقبل القسمة على 3 بصورة : ن + 3 م ، P = 3 ، ن ∋ S3

و: المتتالية (ن + 3 م) تقبل القسمة على 3 فهي لا تولد اعداد أولية , فتهمل

∴ من المسلمتين (7 , 9) E عدد اولي P (في الحقيقة توجد كل الاعداد الأولية

$\geq (ن \pm 1)$  و التي تنتمي الى المتتالية (S1) او (S2) التي لا ينتمي لها (ن)

$$S3 \ni ن , S2 \ni P : (ن + 1 + 3 م) \text{ و } = P - ن 2 :$$

$$S3 \ni ن , S1 \ni P : (ن + 1 - 3 م) \text{ و } = P - ن 2 :$$

∴ ن يقبل القسمة على 3 فإن  $(ن + 1) \ni S1$  و لا تقبل القسمة على 3 فهي تولد الاعداد الأولية الأكبر من او تساوي  $(ن + 1)$  التي تنتمي الى  $S1$  عندما  $S2 \ni p$  وبالمثل أيضاً  $(ن - 1) \ni S2$  و لا تقبل القسمة على 3 فهي تولد الاعداد الأولية الأكبر من او تساوي  $(ن - 1)$  والتي تنتمي الى  $S2$  عندما  $S1 \ni p$  و:  $\geq p (ن \pm 1)$  ∴ من المسلمتين (8 , 10)

$$S2 \ni p , (2 - (ن + 1)) \text{ و } \geq p2 \geq (ن \pm 1) : p2 \quad E$$

$(ن \pm 1, p2)$  ∴ ينتميان الى متتالية واحدة  $S1$  أو  $S2$

$$S2 \ni p : p2 = (ن + 1 + 3 م) \text{ أولى}$$

$$S1 \ni p : p2 = (ن - 1 + 3 م) \text{ أولى} \quad E \quad 3 م : (ن - 2) (ن - 1) \text{ و } (ن + 1 + 3 م) \text{ أولى}$$

أي ان  $ن - 2 = P - ن \pm 1 + 3 م = p2$  اولي  $\leftarrow 2ن - 1 - 3 م = 1 - ن$  ∴  $P = 3 م$  اولي فرضاً .

لنفرض ان  $3 م = ك$  ∴  $2ن - 1 = P = 1 \pm ك$  اولي و  $1 - ن = P - 1$  ك اولي وهو المطلوب ثانياً ... {النتيجة 7}.

$$و : 2 + 2 = 4 , 3 + 3 = 6 , 3 + 5 = 8$$

∴ بشكل عام  $ن \leq 2$  ,  $ن \ni ط$  يوجد عدد واحد على الأقل ك :  $ك \in [0 , ن - 3]$

بحيث يكون:  $ن + ك$  اولي ,  $ن - ك$  اولي . ∴ بتطبيق هذا على العلاقتين (10), (11)

نحصل على {النتيجتين (8) , (9)}.

أمثلة انظر الاشكال (14) , (15) , (16 أ) , (16 ب) , (17 أ) , (17 ب) المرفقة نهاية البحث الورقة الاخيرة في توضيحات ومحلقات البحث هي امثلة توضيحية على المبرهنة لأعداد مختلفة من حيث الزوجية و الفردية و قابلية القسمة على 3 .

مبرهنة (1 - 2) إذا كان ن , ك  $\ni ط$  فإن

(-1) كل عدد زوجي  $2 \leq 4$  عبارة عن مجموع عددين اوليين :  $ن \leq 2$ . (جولد باغ القوية)

(-2) كل عدد زوجي  $2 \leq 0$  عبارة عن فرق بين عددين اوليين :  $ك \leq 0$



$$\frac{(ن + ك) + (ن - ك)}{2} = ن \quad \text{البرهان من (10) نجد ان}$$

ومن المبرهنة (1 - 1)  $\therefore$  لكل  $ن \leq 2$  يوجد على الأقل عدد ك بحيث يكون  $(ن + ك)$  اولي  
,  $(ن - ك)$  اولي

$\therefore$  نعوض في ن نجد ان  $ن = \frac{\text{اولي} + \text{اولي}}{2} \leftarrow ن = \text{اولي} + \text{اولي} \forall ن \leq 2$ . {النتيجة 10}.

$$\frac{(ن + ك) - (ن - ك)}{2} = ك \quad \text{نجد ان (11) العلاقة من المبرهنة (1 - 1) ومن المبرهنة (1 - 1)}$$

يوجد على الأقل عدد ك بحيث يكون  $(ن + ك)$  اولي ,  $(ن - ك)$  اولي  $\therefore$  نعوض في ك

نجد ان  $ك = \frac{\text{اولي} - \text{اولي}}{2} \leftarrow 2ك = \text{اولي} - \text{اولي} \forall ك \leq 0$  {النتيجة 11}  
مبرهنة (1 - 3) كل عدد فردي  $ع \leq 7$  عبارة عن مجموع ثلاثة اعداد أولية (جولد باغ الضعيفة)

البرهان  $\therefore 7 = 3 + 4, 9 = 3 + 6, 11 = 3 + 8, 13 = 3 + 10, 15 = 3 + 12, \dots$   
 $\therefore$  كل عدد فردي  $ع \leq 7$  يكتب بصيغة  $ع = 3 + 2ن$ ,  $ن \leq 2$  ... (أ)  
و  $\forall ن \leq 2, ن \exists ط$  فإن  $2ن$  عبارة عن مجموع عددين اوليين .. مبرهنة (2-1)  
 $\therefore$  نعوض في العلاقة (أ)  $\therefore ع = \text{عدد أولي} + \text{عدد أولي} + 3$  (عدد أولي)  
 $\therefore$  كل عدد فردي اكبر او يساوي 7 عبارة عن مجموع ثلاثة اعداد أولية ... {النتيجة 12}

## 2-4 : Results and Analysis.

The current research reached the following results:

- 1- Every odd number, prime or non-prime, is the difference between the squares of two consecutive natural numbers.
- 2- (The theory can be generalized) every real or complex number is a difference between the squares of two consecutive non-natural numbers.
- 3- Every non-prime number is the difference between the squares of two non-consecutive natural numbers.
- 4- The difference between a non-prime number and a prime number is that a non-prime number is written in two ways: A- as the

difference between the squares of two consecutive natural numbers.  
B- as the difference between the squares of two non-consecutive natural numbers ,

A prime number is written in only one way: as the difference between the squares of two consecutive natural numbers.

5- Finding a simple and fast algorithm to detect prime and non-prime numbers, especially if their divisors are large and close. This will become clear by solving some examples.

6- For every natural number  $N$  ,  $N \geq 2$  , and  $N$  is not divisible by 3, there is at least one natural number (  $\exists K$  ,  $K$  that is a multiple of 3 ) ,  $K \in [ 0 , N - 3 ]$  , or

$K = N - 3$  , such that : (  $N + K$  ) is prime and (  $N - K$  ) is also prime.

7- For every natural number  $N$  ,  $N \geq 3$  ,  $N$  is divisible by 3, there is at least one natural number (  $\exists K$  ,  $K$  that is a multiple of 3 ) ,  $K \in [ 0 , N - 6 ]$  : such that (  $N \pm 1 + K$  ) is prime and (  $N \mp 1 - K$  ) is also prime.

8- Every natural number  $N$  ,  $N \geq 2$  is an arithmetic average of two prime numbers.

9- Every natural number  $N$  ,  $N \geq 0$  is the rate of change of two prime numbers.

10- Every even number  $2N$  ,  $2N \geq 4$  is the sum of two prime numbers, (The strong Proof of Gold Bach's conjecture).

11- Every even number  $2N$  ,  $2N \geq 0$  is the difference of two prime numbers.

12- Every odd number (  $2N + 1$  ) ,  $2N + 1 \geq 7$  is the sum of three prime numbers, (The weak Proof of Gold Bach's conjecture) which it is demonstrated by Alber and Harald Helfgott in 2013.

13- Other results that there is not enough space to mention here. We will include them in the final research, God willing.

I will demonstrate these results by analyzing a sample of numbers as in the figures shown in ( 1 - 13 ) and the analytical method, which is attached in the first and second papers, at the end of the research in the section on clarifications and appendices of the research, and the conclusion of a mathematical relationship, and this relationship can also be reached through logical mathematical



proof, and by continuing to use this mathematical proof, all these results have been reached. As follows:

Let n be odd number , let x be a divisor of n  $\therefore$  the other divisor of

n is  $(\frac{n}{x}) \therefore n = x \times (\frac{n}{x}) \dots (1) \therefore$  it's sum two divisors  $(x + \frac{n}{x}) =$   
 $(\text{odd} + \text{odd}) = \text{even}, N \in \mathbb{N} (\text{Natural}) , \therefore$  the sum of the two divisors  
 minus one of the divisors equals the other divisor

$$\therefore (2N - x) = (\frac{n}{x}) \text{ be compensation in (1) } \therefore n = x (2N - x) \dots (2)$$

, It is the same equation (2) that calculates based on the analytical

method included the end of the research includes clarifications and

appendices search.

$$\begin{aligned} n &= 2Nx - x^2 \dots (3) , \text{ Adding and subtracting } N^2 \therefore \\ n &= N^2 - N^2 + 2Nx - x^2 = N^2 - (N^2 - 2Nx + x^2) \therefore \\ n &= N^2 - (N - x)^2 , \text{ from relationship (3) } \rightarrow N = \frac{n + x^2}{2x} \dots (4) , \text{ put} \\ (N - x) &= \pm K \\ \therefore n &= N^2 - K^2 = (N - K)(N + K) \text{ from } n, N \text{ we find } K = \frac{n - x^2}{\pm 2x} \dots (5) \end{aligned}$$

,  $(N + K)$  is biggest divisor of n ,  $(N - K)$  is smallest divisor of n .

Note : The minus sign in K , when x is the greatest divisor of n .

Note : Equation (3) it can be solved as a quadratic equation as .

$x^2 - 2Nx + n = 0$ , so for it to have a solution in it must  $\Delta \geq 0$

$N^2 - n \geq 0 \rightarrow N \geq \sqrt{n}$  ,  $N^2 - n = K^2 \rightarrow K \geq 0$  : any odd number n

( prime or non-prime ) write as difference between two squares natural numbers.

$$n = N^2 - K^2 : \sqrt{n} \geq N \leq \frac{n+x^2}{2x}, 0 \leq K \leq \frac{n-x^2}{\mp 2x} \dots (6)$$

from (6) when n is prime or non-prime then divisors of n are  $x=1$  and  $x=n$  , from (4) , (5) we

$$\text{find that } N = \frac{n+1}{2}, K = \frac{n-1}{2}$$

from (6) we find that any odd number n ( prime or non-prime )  $\therefore$  write as difference between two squares following natural numbers each other that is :

$$n = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 \dots (7) \dots (\text{result (1), by})$$

generalization we get result (2) ) Example:

$$n = 25 = \left(\frac{25+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{25-1}{2}\right)^2 = 13^2 - 12^2 = 25 .$$

$$n = 7 = \left(\frac{7+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{7-1}{2}\right)^2 = 4^2 - 3^2 = 7$$

$$n = 21 = 11^2 - 10^2 = 21 .$$

From (6) when n odd non-prime number then ( small divisor of  $n) \geq 3$   $\therefore$  put  $x=3$  in (4) , (5) we find that any odd non-prime number n write as difference between the squares of two non-consecutive natural numbers, as follows:

$$n = N^2 - K^2 : \sqrt{n} \geq N \leq \frac{n+9}{6}, 0 \leq K \leq \frac{n-9}{6}, N, K \in \mathbb{N} (8)$$

)  
... ( a result (3) )



This relationship explain (8) the difference between writing a non-prime number and a prime number..... {from result(1), result(3), we get result(4)}

$n = (N + K)(N - K)$  and the denominators of  $n$  are  $(N + K)$  and  $(N - K)$ .

Note: when  $n$  is not divisible by 3 and is not divisible by 5 then smaller divisor of  $n$  is  $x \geq 7 \therefore$  put  $x = 7$  in the relationship (6) then

$$n = N^2 - K^2 : \sqrt{n} \leq N \leq \frac{n + 49}{14}, 0 \leq K \leq \frac{n - 49}{14} \dots (9)$$

Note (N) continued  $(\frac{n + 1}{2})$  in terms of even, odd and divisibility

by 3, (K) the opposite.

Relationship (9) is used to detect an odd number if it is not a prime number unless it is a prime number.

Example (1) Is the number ( $n = 221$ ) prime or not ?

The solution 221 is neither divisible by 3 nor by 5,  $n \neq 7$ .

If it is unprimed, it can be written in the form (9) therefore there  $\therefore$  is at least a natural number.

$$\exists N : \sqrt{221} \leq N \leq \frac{221 + 49}{14} : N^2 - 221 = K^2 \text{ as}$$

$\therefore$

$$= \frac{n + 1}{2} \text{ 111 odd divisible by 3 } \therefore \exists N : 15 \leq N = 3m \leq 19$$

$$N = 15 : 15^2 - 221 = 2^2 \text{ full square } \therefore 221 \text{ non-prime.} \\ = 15^2 - 2^2 = (15 + 2)(15 - 2) = 17 \cdot 13.$$

Example(2) State whether it is (261, 317) prime numbers or not ?

(A -) 261 is divisible by 3  $\therefore$  it is non-prime

(B -) 317 is not divisible by {3 and 5},  $n \neq 7$ .



If it is non-prime , it can be written in the form ( 9 ) ∴:

$$N \in \mathbb{N} : 18 \leq N \leq 26 , \text{ as } \frac{317 + 1}{2} = 159 \text{ is odd , divisible } \exists$$

$$\text{by } 3 \therefore \exists 3m = N : 18 \leq N = 3m \leq 26 : N^2 - 317 = K^2 \therefore N = 21$$

but  $441 - 317 = 124$  not a perfect square number  $\therefore 317$  is

prime

Example (3) Is the number  $n = 409$  prime or not ?

The solution { 409 } is not divisible by { 3 and 5 } ,  $n \neq 7$  , assume it 409 is non-prime number  $\therefore$  If it is non-prime , it can be written in the form ( 9 )

$$, \text{ as } \frac{409 + 1}{2} = 205 \text{ odd is not divisible by } 3 \therefore (\text{ the opposite } ) \exists (K$$

$$= 3m), K \text{ even number divisible by } 3, 0 \leq K \leq \frac{409 - 49}{14} : K^2 + 409 = N^2$$

which means that it  $\exists K : \sqrt{K^2 + 409} \in \mathbb{N} , 0 \leq K \leq 25$  , unless it is a

prime number,  $\therefore$  for all even values of  $K=0 , 6 , 12 , 18 , 24$  then

$\sqrt{K^2 + 409} \notin \mathbb{N}$  (Natural number), this is contradiction  $\therefore 409$  is prime .

Example (4) State whether it is { 159919 } prime number or not :



The solution / as ,  $160000 - 159919 = 81$  ( full square ) ,  $\therefore$  it is the difference between the squares of two numbers { 400 , 9 } ,  $\therefore$  159919 non-prime , and it is equal to  $(400 + 9)(400 - 9) = 409 \times 391$  , and 391 it is the difference between the squares of two numbers { 20 , 3 } ,  $\therefore$  391 non-prime , and it is equal to  $(20 + 3)(20 - 3) = 23 \times 17$  .  
159919 =  $409 \times 23 \times 17$  , ... ( from Examples 1 to 4 we can  $\therefore$  deducing result (5) ).

, From (4) , (5) when  $x = (N - K)$  then  $n = (N + K)(N - K) \therefore$

$$N = \frac{(N+K)(N-K) + (N-K)^2}{2(N-K)} =$$

$$\frac{(N-K)\{(N+K)+(N-K)\}}{2(N-K)} = \frac{(N+K) + (N-K)}{2} \dots (10) \therefore (N) \text{ is}$$

the arithmetic mean of the denominator ( n ) . likewise

$$K = \frac{(N+K)(N-K) - (N-K)^2}{2(N-K)} = \frac{(N-K)((N+K) - (N-K))}{2(N-K)} =$$

$$\dots (11) \quad \frac{(N+K) - (N-K)}{2}$$

It means that (K) is the rate of change of the divisors of a  $\therefore$  number ( n ) .

Theorem (1 - 1)  $\forall N \geq 2$  ,  $N \in (N \text{ natural number})$  , there is at least one number K ( $\exists K$ ) ,  $K \in [0 , (N - 3)]$  , so that it is Firstly: when (N) is not divisible by 3 .

$$\text{Then : } \begin{cases} (N+K) \text{ prime and } (N-K) \text{ prime} \\ \text{or} \\ (2N-3) \text{ prime and } (3) \text{ prime} \end{cases}$$

Secondly: when (N) is divisible by 3.

$$\text{Then : } \begin{cases} (N+1+K) \text{ prime and } (N-1-K) \text{ prime} \\ \text{And} \\ (N+2+K) \text{ prime and } (N-2-K) \text{ prime} \end{cases}$$

$$\equiv (N-1+K) \text{ prime , } (N+1-K) \text{ prime}$$

The proof Firstly : we assume that  $N \geq 5$  , when  $N \in \{S2\}$  and we assume that  $N \geq 7$  , when  $N \in \{S1\}$ .

$2N$  even number is not divisible by 3, suppose that  $p$  is prime  $\therefore$  number :  $p \leq N$

From relation (2) when  $(x = p)$  it is the divisor of a non-prime number  $(n)$  the formula  $(2N - P)$  is the other denominator for  $(n)$  ,  $\therefore \forall p \leq N$  ,  $N \in \{S1 \text{ or } S2\}$  this denominator can be expressed See Table (19) included at the end of the research in the explanations and appendices of the research as follows:

$$(2N - P) = \begin{cases} \text{Is not divisible by 3} & \begin{cases} N + 3m : \begin{cases} N, p \in S1 \\ \text{and} \\ N, p \in S2 \end{cases} \\ \text{or} \\ (2N - 3) : p=3, N \in \{S1 \text{ or } S2\} \end{cases} \\ \text{Or} \\ \text{Is divisible by 3} & \begin{cases} N - 1 + 3m : N \in S1, p \in S2 \\ N + 1 + 3m : N \in S2, p \in S1 \end{cases} \end{cases}$$

Since the last two sequences  $(N \pm 1 + 3m) \equiv (3 + 3m) \therefore$  Consecutive  $< 3 + 3m >$  Divisible by 3, it does not generate prime numbers, so is neglected.  $\therefore$  Of the two postulates (7) , (9) .

$\exists$  ( prime number )  $P \leq N : P \in \{s1 \text{ or } S2\}$  : so that

$$(2N - P) = \begin{cases} N + 3m : N, p \in \{S1 \text{ or } S2\} \\ \text{and} \\ (2N - 3) : p = 3, N \in \{S1 \text{ or } S2\} \end{cases}$$

Since  $(N, p) \in$  The same consecutive  $\{S1 \text{ or } S2\}$ , the consecutive  $(N + 3m)$  ,  $m \in N : (N \text{ natural number})$  generate all prime numbers which belong to the same sequence, and  $\therefore p \leq N$  Of the two postulates (8) , (10)  $\therefore$

$$p_2 : N \leq p_2 \exists \begin{cases} (2N - 7) : N, p \in S1 \\ (2N - 5) : N, p \in S2 \end{cases}$$

$(N, P_2) \in$  The same consecutive  $\{S1 \text{ or } S2\}$ .  $\therefore$

$N + 3m = p_2$  is prime :  $N, p \in \{S1 \text{ or } S2\}$  ,  $p \neq 3$



$\exists 3m : (2N - p) \div \begin{cases} \text{or} \\ (2N - 3) = p^2 \text{ is prime} : N \in \{S1 \text{ or } S2\}, P = 3 \end{cases}$   
 $\therefore (2N - p) = (N + 3m) = p^2 \text{ (prime)}, \rightarrow p = 2N - N - 3m = N - 3m$   
 hypothetically prime .  
 And it may by  $(2N - p) = (2N - 3) = p^2 \text{ prime} \rightarrow p = 2N - 2N + 3 = 3$  hypothetically prime.  
 Put  $3m = K \therefore 2N - p = p^2 = (N + K) \text{ prime}$ , and  $p = (N - K)$   
 hypothetically prime. , ... ( a result (6) )

Secondly:

we assume that  $N \geq 6$  ,  $N \in \{S3\}$  ,  $\therefore (N)$  Divisible by 3,  
 $2N$  even number is divisible by 3, suppose that  $p$  is prime :  
 number :  $p \leq N$  , From relation (2) when  $(x = p)$  it is the divisor of  
 a non-prime number  $(n)$  the formula  $(2N - P)$  is the other  
 denominator for  $(n)$  ,  $\therefore \forall p \leq N$  ,  $N \in \{S3\}$  this denominator  
 can be expressed See Table (18) included at the end of the  
 research in the explanations and appendices of the research as  
 follows:

$$(2N - P) \begin{cases} \text{Is not divisible by 3} \begin{cases} (N + 1) + 3m : p \in S2, N \in S3 \\ (N + 2) + 3m : p \in S1, N \in S3 \end{cases} \\ \text{Is divisible by 3 with form } (N + 3m) , p = 3 , \end{cases}$$

$< N + 3m >$  Divisible by 3, it does not generate prime numbers,  $\therefore$   
 so is neglected ,  $\therefore$  Of the two postulates (7) , (9) .  $\exists p$  ( prime  
 number )  $\leq (N \pm 1)$  :  $P \in \{s1 \text{ or } S2\}$  , In fact, there are all  
 prime numbers  $(P)$  less than  $(N \pm 1)$  that belong to the sequence  
 $\{s1 \text{ or } S2\}$  to which it does not belong  $(N)$  , So that it is:

$$(2N - P) = \begin{cases} (N + 1) + 3m : p \in S2 , N \in S3 \\ (N + 2) + 3m : p \in S1 , N \in S3 \end{cases}$$

As  $(N)$  is divisible by 3, then  $(< N + 1 >) \in \{S1\}$  , and it is not  
 divided by 3, it generates prime numbers greater than or equal to  $(N + 1)$  , that belong to  $\{S1\}$  when  $(P \in \{S2\})$  , likewise,  $(N - 1) \in \{S2\}$   
 and it is not divisible by 3, as it generates prime numbers greater

than or equal to  $(N - 1)$  which belong to  $\{S_2\}$ , when  $(P \in \{S_1\})$  and  $\therefore P \leq (N \pm 1)$ ,  $\therefore$  of the two postulates (8), (10).

$$p_2 : (N \pm 1) \leq p_2 \quad \exists \quad \begin{cases} (2(N+1)-7) : p \in S_2 \\ (2(N-1)-5) : p \in S_1 \end{cases}$$

$\therefore (p_2, (N \pm 1)) \in$  same sequence  $\{S_1 \text{ or } S_2\}$

$$\therefore \exists 3m : (2N - p) \quad \begin{cases} (N+1) + 3m = p_2 \text{ is prime} : p \in S_2 \\ (N-1) + 3m = p_2 \text{ is prime} : p \in S_1 \end{cases}$$

As  $(2N - p) = ((N \pm 1) + 3m) = p_2$  prime  $\rightarrow p = 2N - N \mp 1 - 3m = (N \mp 1) - 3m = p$  (hypothetically prime).

Put  $3m = K \therefore (2N - p) = p_2 = (N \pm 1) + K$  prime and  $p = (N \mp 1) - K$  (hypothetically prime). , ... (a result (7)).

$\therefore (4 = 2 + 2), (6 = 3 + 3), (8 = 3 + 5)$

$\forall N \geq 2 \quad \exists K \in [0, (N-3)] : (N+K)$  prime and  $(N-K) \therefore$  prime too.

Applying this to the two relations (10) and (11), we get {the  $\therefore$  results (8) and (9)}.

Examples: See Figures (14), (15), (16A), (16B), (17A), (17B) attached at the end of the research. The last paper in the explanations and appendices of the research are illustrative examples of the theorem for different numbers in terms of evenness and oddity and divisibility by 3.

Theorem (1-2) if  $N, K \in (N \text{ Natural numbers})$ , then :

(1-) Every number is even  $(2N \geq 4)$ , it is the sum of two prime numbers :  $N \geq 2$ , (Goldbach's Strong Conjecture).

(2-) Every number is even  $(2K \geq 0)$  it's a difference between two prime numbers :  $K \geq 0$ .

The proof : (1-) from (10) we find that

$$N = \frac{(N+K) + (N-K)}{2} \quad \text{and from}$$



**Theorem ( 1 – 1 ) as  $\forall N \geq 2 \quad \exists K : ( N + K )$  is prime and  $( N - K )$  prime too**

we compensate in  $N = \frac{\text{prime} + \text{prime}}{2} \rightarrow 2N = \text{prime} + \text{prime} \therefore$

$\forall N \geq 2 , \dots$ (a result 10))

( 2- ) similarly from (11) we find that  $K = \frac{( N + K ) - ( N - K )}{2}$

and from Theorem

(1 – 1) as  $\forall N \geq 2 \quad \exists K : (N + K)$  is prime and  $(N - K)$  prime too.

we compensate in  $K = \frac{\text{prime} - \text{prime}}{2} \rightarrow 2K = \text{prime} - \text{prime} \therefore$

$\forall K \geq 0, \dots$ (a result(11)).

**Theorem (1-3) each number is odd (  $n \geq 7$  ) is the sum of three prime numbers (Goldbach's weak Conjecture ) .**

The proof: As  $7=4+3, 9=6+3, 11=8+3, 13=10+3, 15=12+3 \dots$

All odd number  $n \geq 7$  written in form , $n= 2N + 3, N \geq 2 \dots ( A ) \therefore$

,  $\therefore \forall N \geq 2 , N \in ( \text{Natural number} )$  , then  $2N = \text{prime} + \text{prime}$   
... ( from Theorem ( 1 – 2 ))

$\therefore$  We compensate in the relationship ( A )

$\therefore n = \text{prime} + \text{prime} + 3 (\text{prime})$

Any odd number  $n \geq 7$  it is a sum of three prime numbers.. $\therefore$

,... (a result (12) )

**ثالثا : الخاتمة**

حمداً وشكراً لله على توفيقه لما تم التوصل له من نتائج في هذا البحث ، بعد ان كان التفكير بطريقة تزيل قدر من الغموض حول الاعداد الأولية تمثل تحدياً ثم حافظاً و هدفاً لهذه الدراسة ، اصبح بفضل الله وبفضل هذه النظرة او النظرية نتيجة محققة تم من خلالها كشف قدر من الغموض حول الاعداد الأولية ، فسرت بعض الحديسيات التي وضعت حولها ، كشفت ايضاً ان الاعداد الأولية تظهر تناظراً وتناغماً يؤثر الاهتمام ويحفز المهتمين والشغوفين بالأعداد الأولية على البحث و الدراسة ، أرى انها لازالت واعدة بالكثير والكثير من النتائج بعض منها لم يتسع المجال هنا لذكرها سنضمونها في بحث نهائي ان شاء الله، وبعضها مازالت بحاجة الى البحث ، الاهتمام والدراسة ، وصل اللهم على نبينا محمداً وعلى آله وصحبه اجمعين .

### Third:The Conclusion

Praise and thanks be to God for his success in the results that were achieved in this research. After thinking in a method that removes some of the ambiguity on prime numbers represented a challenge and then an incentive and a goal for this study, it has become, thanks to God and thanks to this view or theory, an achieved result through which a degree of the ambiguity on prime numbers. I explained some of the conjectures that were put around them. I also revealed that prime numbers show symmetry and harmony that arouses interest and motivates those interested and passionate about prime numbers to research and study. I see that they are still promising with many, many results, some of which there is not enough space to mention here. We will include them in another research, God willing. Some of them still need research, attention and study. May God bless our Prophet Muhammad and all his family and companions.

### رابعاً : المراجع والمصادر ( Fourth : References and Sources )



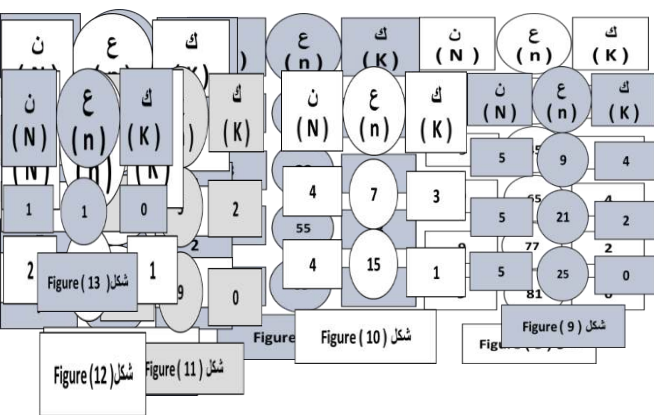
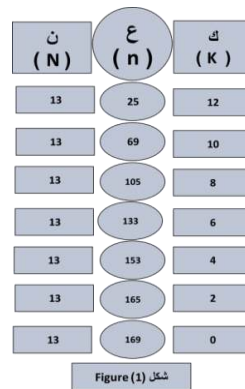
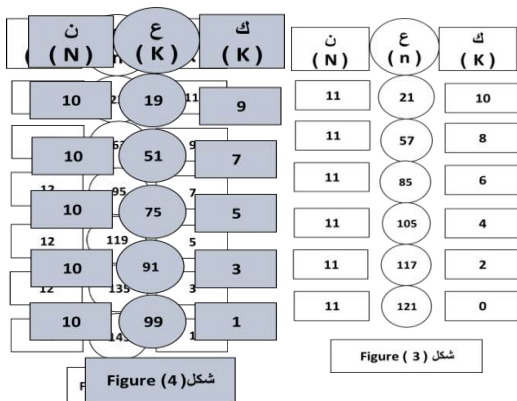
- 1– David M.Burton (2010),"Elementary Number Theory",Seventh edition ,Publisher: McGraw–Hill.
- 2– Viazovska, M. (2017)," Prime Number patterns and Conjectures".
- 3– Bernhard Riemann (2003), " Prime Obsession and the Greatest Unsolved Problem in Mathematics" , Publisher: Joseph Henry Press.
- 4–G.H.Hardy and E.M.Wright (2008)," An Introduction to the Theory of Number" , Sixth edition ,Publisher: Oxford University Press.
- 5– Marcus du Sautoy(2004) , " The Music of the Prime: Saerching to Solve the Greatest Mystery in Mathematics " ,Publisher:Harper perennial.
- 6– David Wells(2005), " Prime Numbers: The Most Mysterious Figures in Math" , ,Secondly edition ,Publisher: John Wiley.
- 7– John.J.Watkins(2018) , " Number Theory:A Historical Approach" ,Secondly edition,Publisher: Princeton University Press.
- 8– Zhang, Y.( 2013)," Prime Gaps.
- 9– Green,B.,&Tao,T. (2018), " The Green–Tao Theorem Revisited".
- 10– Granville, A. (2018)," Randomness of prime Numbers" .
- 11– Tao, T. ( 2016 ) , " Prime Numbers and the Riemann Hypothesis" .
- 12– Robert D. Carmichael (2009), " The Theory of Numbers" , ,Third edition ,Publisher:Dover Punlications.
- 13–Barry Mazur and William Stein(2016), " Prime Numbers and the Riemann Hypothesis" ,Publisher: Cambridge University .
- 14– يوسف عبد الرحمن (2015 م) , الاعداد الأولية.
- 15– مديحة جوري ( نوفمبر – ديسمبر 2017 م ) , ملخص مساق (المزيد من المرح مع الاعداد الأولية) ترجمة من كتاب الأستاذ: توت سيشي اتو –جامعة كيوتو – اليابان ( Course : more fun with prime numbers, taka deep dive into prime numbers one of the most mysterious and important subjects in mathematics./ T: Tetsushi–ito , Kyoto university )
- 16– صفحة مفارقة على الفيس بوك للعالم مصطفى بوسدر , <https://www.facebook.com/share/Zn3YSDhqBP46tKTC/?mibextid=qi2Omq> , تاريخ الوصول (18 يوليو 2023 م ) , اقدم لغز في تاريخ الرياضيات. الاعداد الأولية ومسألة ترتيبها في قائمة الاعداد .



- 108



- 2023-8-18 , تاريخ الوصول [84%D8%B1,-%D8%B9%D8%AF%D9%84](#)  
م , نهج اويلر كيف برهن على ان مجموع مقلوب مربعات الاعداد الطبيعية يساوي  $6 / 2\pi$   
26- صفحة اخبار الرياضيات حول العالم على الفيس بوك,  
<https://www.facebook.com/share/2hjxdL9hF83hwD9y/?mibextid=qi2Omg>  
20م , تاريخ الوصول (أغسطس - 2023 م) , مقالة حول حدسية جولد باخ نشرت بتاريخ  
( 2020-9-29 م ) .  
27- ويكيبيديا , <https://www.wikipedia.org> , تاريخ الوصول ( يوليو \_ 2023 م ) ,  
"مبرهنة فيرما الأخيرة " .  
28- ويكيبيديا , <https://www.wikipedia.org> , تاريخ الوصول ( أغسطس \_ 2023م )  
,"غربال إراتوستينس" .  
29- ويكيبيديا , <https://www.wikipedia.org> , تاريخ الوصول ( سبتمبر \_ 2023 م ) ,  
قائمة المسائل الغير محلولة في الرياضيات " .  
30- ويكيبيديا , <https://www.wikipedia.org> , تاريخ الوصول (سبتمبر \_ 2023 م )  
,"لائحة قيم  $\pi(x)$  و  $x / \ln(x)$  و  $li(x)$  " .  
31- ويكيبيديا , <https://www.wikipedia.org> , تاريخ الوصول ( سبتمبر - 2023م )  
( , أمثلة على متسلسلات متباعدة ومتسلسلات متقاربة " .  
32- ويكيبيديا , <https://www.wikipedia.org> , تاريخ الوصول ( أكتوبر \_ 2023 م )  
," برهان اويلر باستعمال طريقة النزول الغير منتهي " .



Finally, Clarifications and  
Accessories أخيراً التوضيحات والملحقات

## 111

## Finally, Clarifications and Accessories أخيراً التوضيحات والملحقات



## Andytical method

By analyzing a random individual number of numbers, and let it be  $n = 25$  According to half

plus half , that is  $(\frac{n}{2} + \frac{1}{2} = \frac{n+1}{2} = N)$  and according to half of it , half any  $(\frac{n}{2} - \frac{1}{2} = \frac{n-1}{2} = K)$  we find that the first value of  $n = 25 = (N + N - 1)$  then fixed amount is added

which equals  $(4N - 8)$  In successive multipliers , starting from zero to the first value of  $n$  , then subtracting multiples of 8 by successive amounts , Values are plotted against each other as shown in the attached figures from (1) to (13) In these figures , the values of  $(4N - 8)$  = 44, 40, 36, 32, 28, 24, 20, 16, 12, 8, 4, 0 in order for each figure are as follows : In

Figure (1) when  $n = 25 = N + N - 1 + (0(4N - 8)) = 13 + 13 - 1 + 0 = 26 - 1 = 25$  .

In Figure (1) when  $n = 69 = N + N - 1 + (1(4N - 8)) - (8(0)) = 25 + 44(1) - 0 = 69$  .

In Figure (1) when  $n = 105 = 25 + (2(44)) - 8(1) = 113 - 8 = 105$  .

In Figure (1) when  $n = 133 = 25 + (3(44) - 8(1) - 8(2)) = 133$

And so in Figure (2) it becomes  $N = 12$  and the value  $(4N - 8) = 40$

So the first number in Figure (2) =  $12 + 12 - 1 + (0(4N - 8)) = 23 + 0 = 23$

and the second number in Figure (2) =  $12 + 12 - 1 + (1(4N - 8)) - 8(0) = 23 + 40 - 0 = 63$ .

Thus, we find that in each figure  $N$  varies and therefore the value of  $(4N - 8)$  varies. And is being generated numbers that is

The first number in each figure =  $(N+N-1)+0(4N-8) = 2N-1 = 2(1)N - 1^2 = n_1$

the second number in each figure =  $(N+N-1)+1(4N-8)-8(0)-6N-9=2(3)N - 3^2 = n_2$

the third number in each figure =  $(N+N-1)+2(4N-8)-8(0)-8(1) = 2(5)N - 5^2 = n_3$

the fourth =  $(N+N-1)+3(4N-8)-8(0)-8(1)-8(2) = 2(7)N - 7^2 = n_4$

the fifth =  $(N+N-1)+4(4N-8)-8(0)-8(1)-8(2)-8(3) = 2(9)N - 9^2 = n_5$

The sixth =  $(N+N-1)+5(4N-8)-8(0)-8(1)-8(2)-8(3)-8(4) = 2(11)N - 11^2 = n_6$

the seventh =  $(N+N-1)+6(4N-8)-8(0)-8(1)-8(2)-8(3)-8(4)-8(5)=2(13)N-13^2 = n_7$

Any odd number =  $N+N-1 + m(4N-8) - 8(0) - 8(1) - 8(2) \dots - 8(m-1)$

=  $2(2m+1)N - (2m+1)^2 = n$  ,  $m \geq 0$  ,  $m \in \mathbb{N}$  ,  $n \geq 1 \dots (1)$

and  $(2m + 1)$  divide by  $n$  Assume that  $(2m + 1) = x$  relationship (1) becomes

...

$\therefore$  any odd number  $n = 2Nx - x^2 = (2N - x) \times x$  ,  $n, N \in \mathbb{N}$  (Natural) ... (2).

## أخيراً التوضيحات والملاحظات Finally, Clarifications and Accessories

| ( جدول (18) يوضح عندما (ن) يقبل القسمة على 3 )<br>( Table (18) illustrates When (N) divisible by 3 ) |                                                                                                                                                         |                                                                                                  |                                               |                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------|
| $P = 3$                                                                                              | $P \neq 3$                                                                                                                                              | $(p - 2N)$<br>$(2N - P)$                                                                         | $P \leq \begin{pmatrix} N \\ N \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} N \\ N \end{pmatrix}$ |
| $(N + 3m)$                                                                                           | $(N \pm 1 + 3m)$                                                                                                                                        |                                                                                                  |                                               |                                        |
| -<br>$3 + 0 = 3$                                                                                     | $3 + 1 + 0 = 4$<br>-                                                                                                                                    | $6 - 2$<br>$6 - 3$                                                                               | 2<br>3                                        | 3                                      |
| -<br>$6 + 3 = 9$<br>-                                                                                | $6 + 1 + 3 = 10$<br>-<br>$6 + 1 + 0 = 7$                                                                                                                | $12 - 2$<br>$12 - 3$<br>$12 - 5$                                                                 | 2<br>3<br>5                                   | 6                                      |
| -<br>$9 + 6 = 15$<br>-<br>-                                                                          | $9 + 1 + 6 = 16$<br>-<br>$9 + 1 + 3 = 13$<br>$9 - 1 + 3 = 11$                                                                                           | $18 - 2$<br>$18 - 3$<br>$18 - 5$<br>$18 - 7$                                                     | 2<br>3<br>5<br>7                              | 9                                      |
| -<br>$12 + 9 = 21$<br>-<br>-<br>-                                                                    | $12 + 1 + 9 = 22$<br>-<br>$12 + 1 + 6 = 19$<br>$12 - 1 + 6 = 17$<br>$12 + 1 + 0 = 13$                                                                   | $24 - 2$<br>$24 - 3$<br>$24 - 5$<br>$24 - 7$<br>$24 - 11$                                        | 2<br>3<br>5<br>7<br>11                        | 12                                     |
| -<br>$15 + 12 = 27$<br>-<br>-<br>-<br>-                                                              | $15 + 1 + 12 = 28$<br>-<br>$15 + 1 + 9 = 25$<br>$15 - 1 + 9 = 23$<br>$15 + 1 + 3 = 19$<br>$15 - 1 + 3 = 17$                                             | $30 - 2$<br>$30 - 3$<br>$30 - 5$<br>$30 - 7$<br>$30 - 11$<br>$30 - 13$                           | 2<br>3<br>5<br>7<br>11<br>13                  | 15                                     |
| -<br>$18 + 15 = 33$<br>-<br>-<br>-<br>-<br>-                                                         | $18 - 1 + 21 = 38$<br>-<br>$18 - 1 + 18 = 35$<br>$18 - 1 + 12 = 29$<br>$18 + 1 + 6 = 25$<br>$18 - 1 + 6 = 23$<br>$18 + 1 + 0 = 19$                      | $36 - 2$<br>$36 - 3$<br>$36 - 5$<br>$36 - 7$<br>$36 - 11$<br>$36 - 13$<br>$36 - 17$              | 2<br>3<br>5<br>7<br>11<br>13<br>17            | 18                                     |
| -<br>$21 + 18 = 39$<br>-<br>-<br>-<br>-<br>-<br>-<br>-                                               | $21 + 1 + 18 = 40$<br>-<br>$21 + 1 + 15 = 37$<br>$21 - 1 + 15 = 35$<br>$21 + 1 + 9 = 31$<br>$21 - 1 + 9 = 29$<br>$21 + 1 + 3 = 25$<br>$21 - 1 + 3 = 23$ | $42 - 2$<br>$42 - 3$<br>$42 - 5$<br>$42 - 7$<br>$42 - 11$<br>$42 - 13$<br>$42 - 17$<br>$42 - 19$ | 2<br>3<br>5<br>7<br>11<br>13<br>17<br>19      | 21                                     |
| ...                                                                                                  | ...                                                                                                                                                     | ...                                                                                              | ...                                           | ...                                    |
| ...                                                                                                  | ...                                                                                                                                                     | ...                                                                                              | ...                                           | ...                                    |



### اخيراً التوضيحات والملاحظات Finally, Clarifications and Accessories

| ( جدول (19) يوضح عندما (ن) لا يقبل القسمة على 3 )<br>( Table (19) illustrates When (N) is not divisible by 3 ) |                                                                 |                                                                |                                                                        |                                                 |              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------|
| $P = 3$                                                                                                        | $P \neq 3$                                                      | $P \neq 3$                                                     | $(p - 2N)$<br>$(2N - P)$                                               | $P \leq \begin{matrix} (N) \\ (N) \end{matrix}$ | $N$<br>$(N)$ |
| $(3 - 2N)$                                                                                                     | $(3 + N)$ (م)<br>$(N + 3m)$                                     | $(3 + 3)$ (م)<br>$(3 + 3m)$                                    |                                                                        |                                                 |              |
| -                                                                                                              | $2 + 0 = 2$                                                     | -                                                              | $4 - 2$                                                                | 2                                               | 2            |
| -<br>$8 - 3 = 5$                                                                                               | -<br>-                                                          | $3 + 3 = 6$<br>-                                               | $8 - 2$<br>$8 - 3$                                                     | 2<br>3                                          | 4            |
| $10 - 3 = 7$                                                                                                   | $5 + 3 = 8$<br>-                                                | -<br>-                                                         | $10 - 2$<br>$10 - 3$                                                   | 2<br>3                                          | 5            |
| -<br>$14 - 3 = 11$<br>-<br>-                                                                                   | -<br>-<br>-<br>$7 + 0 = 7$                                      | $3 + 9 = 12$<br>-<br>$3 + 6 = 9$<br>-                          | $14 - 2$<br>$14 - 3$<br>$14 - 5$<br>$14 - 7$                           | 2<br>3<br>5<br>7                                | 7            |
| -<br>$16 - 3 = 13$<br>-<br>-                                                                                   | $8 + 6 = 14$<br>-<br>$8 + 3 = 11$<br>-                          | -<br>-<br>-<br>$3 + 6 = 9$                                     | $16 - 2$<br>$16 - 3$<br>$16 - 5$<br>$16 - 7$                           | 2<br>3<br>5<br>7                                | 8            |
| -<br>$20 - 3 = 17$<br>-<br>-                                                                                   | -<br>-<br>-<br>$10 + 3 = 13$                                    | $3 + 15 = 18$<br>-<br>$3 + 12 = 15$<br>-                       | $20 - 2$<br>$20 - 3$<br>$20 - 5$<br>$20 - 7$                           | 2<br>3<br>5<br>7                                | 10           |
| -<br>$22 - 3 = 19$<br>-<br>-<br>-                                                                              | $11 + 9 = 20$<br>-<br>$11 + 6 = 17$<br>-<br>$11 + 0 = 11$       | -<br>-<br>-<br>$3 + 12 = 15$<br>-                              | $22 - 2$<br>$22 - 3$<br>$22 - 5$<br>$22 - 7$<br>$22 - 11$              | 2<br>3<br>5<br>7<br>11                          | 11           |
| -<br>$26 - 3 = 23$<br>-<br>-<br>-<br>-                                                                         | -<br>-<br>-<br>$13 + 6 = 19$<br>-<br>$13 + 0 = 13$              | $3 + 21 = 24$<br>-<br>$3 + 18 = 21$<br>-<br>$3 + 12 = 15$<br>- | $26 - 2$<br>$26 - 3$<br>$26 - 5$<br>$26 - 7$<br>$26 - 11$<br>$26 - 13$ | 2<br>3<br>5<br>7<br>11<br>13                    | 13           |
| -<br>$28 - 3 = 25$<br>-<br>-<br>-<br>-                                                                         | $14 + 12 = 26$<br>-<br>$14 + 9 = 23$<br>-<br>$14 + 3 = 17$<br>- | -<br>-<br>-<br>$3 + 18 = 21$<br>-<br>$3 + 12 = 15$             | $28 - 2$<br>$28 - 3$<br>$28 - 5$<br>$28 - 7$<br>$28 - 11$<br>$28 - 13$ | 2<br>3<br>5<br>7<br>11<br>13                    | 14           |
|                                                                                                                | ...                                                             | ...                                                            | ...                                                                    | ...                                             | ...          |



## أخيراً التوضيحات والملحقات Finally, Clarifications and Accessories

